

# 8<sup>ο</sup> ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟ ΣΥΝΕΔΡΙΟ ΣΧΕΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

Νεώτερες Εξελίξεις στη Βαρύτητα

26 - 29 Αυγούστου 1998, Καρλόβασι Σάμος

Περιλήψεις Εργασιών



Τμήμα Μαθηματικών  
Πανεπιστήμιο Αιγαίου

Διαφορική Γεωμετρία σε πολλαπλότητες με μη μεταθετική δομή:  
Δευτεροβάθμιος Φορμαλισμός

Αριστοφάνης Δημάκης  
Πανεπιστήμιο Αιγαίου, Καρλόβασι, Σάμος  
Κωνσταντίνος Τζανάκης  
Πανεπιστήμιο Κρήτης, 74100 Ρέθυμνο

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Είναι γνωστό ότι ο συνήθης λογισμός διαφορικών μορφών, όπου συναρτήσεις και διαφορικές μορφές μετατίθενται (δηλ. όπου για τυχούσες συναρτήσεις  $f, g$  ισχύει  $fdg - dgf \equiv [f, dg] = 0$ ), μπορεί να γενικευθεί, μη απαιτώντας την μεταθετικότητα αυτή. Σε ειδικές περιπτώσεις που έχουμε εξετάσει σε προηγούμενες δημοσιεύσεις ή ανακοινώσεις, προκύπτουν συμπεράσματα ενδιαφέροντα, τόσο από πλευράς Μαθηματικών, όσο και από πλευράς Φυσικής.

Εν προκειμένω, γίνεται μια πρώτη προσπάθεια να αναπτυχθεί συστηματικά η διαφορική γεωμετρία στο πλαίσιο αυτό στην ενδιαφέρουσα, αμέσως γενικότερη περίπτωση, όπου  $[f, [g, dh]] = 0$  για τυχούσες συναρτήσεις  $f, g, h$ . Συγκεκριμένα, εισάγονται και μελετώνται ως άμεσες γενικεύσεις των ήδη γνωστών από την συνήθη διαφορική γεωμετρία, βασικές έννοιες όπως, διανυσματικό πεδίο, συνοχή, καμπυλότητα, στρέψη κλπ.

Μέχρι στιγμής, ορισμένα βασικά συμπεράσματα, είναι τα ακόλουθα:

- (α) Τα διανυσματικά πεδία είναι διαφορικοί τελεστές 2ης τάξης, με μηδενιζόμενο δευτεροβάθμιο όρο στην μεταθετική περίπτωση.
- (β) Η έννοια της συνοχής γενικεύεται φυσιολογικά, όπου όμως η στρέψη δεν προσδιορίζεται πλήρως από αυτήν. Το μη προσδιοριζόμενο απ' αυτήν τμήμα, είναι απαραίτητο για τον προσδιορισμό συναλλοίωτης βάσης 2-μορφών.
- (γ) Υπάρχει άμεση συσχέτιση με τον εννοιολογικά διαφορετικό στοχαστικό λογισμό σε πολλαπλότητες.
- (δ) Υπάρχει η δυνατότητα ανάπτυξης Χαμιλτονιανού φορμαλισμού, όπου οι κανονικές εξισώσεις είναι εξισώσεις τύπου Fokker-Planck, γνωστές από τις στοχαστικές διαδικασίες και την κινητική θεωρία.

Τέλος, βάσει των (γ) και (δ), αναφερόμαστε στην δυνατότητα αναζήτησης φυσικής ερμηνείας του φορμαλισμού αυτού.

## Is the r-mode instability the missing piece of the pulsar puzzle?

Kostas Kokkotas

Department of Physics, Aristotle University of Thessaloniki.  
kokkotas@astro.auth.gr

We will present the astrophysical implications of the newly discovered r-mode instability in rotating neutron stars.

Our results suggest that the r-mode instability has the potential to spin down a newly born pulsar to a period close to the initial period inferred for the Crab pulsar.

As the star spins down an energy equivalent to roughly 1% of a solar mass is radiated as gravitational waves, which makes the process an interesting source for detectable gravitational waves.

Additionally, the r-mode instability seems to rule out the scenario whereby millisecond pulsars are formed by accretion induced collapse of a white dwarf. Subsequent spin-up due to continued accretion is clearly needed for rotation periods of less than (say) 10 ms.

Furthermore, we shall present also a study for the relevance of the r-mode instability for accreting compact stars. For *recycled millisecond pulsars* we will show that the r-mode instability can limit the rotation provided that the stars are hotter than about  $2 \times 10^5$  K. The limiting rotation period that we infer is, in fact, close to the observed 1.56 ms of PSR B1937+21, and agrees well also with the recently discovered 2.49 ms X-ray pulsar SAX J1808.4-3658.

Our data suggests that the instability should be active in the rapidly spinning neutron stars in low mass X-ray binaries. This provides a new explanation for the remarkably similar rotation periods inferred from the kHz quasi-periodic oscillations that are seen in these systems.

The possibility that the rotation of recycled pulsars may be gravitational-radiation limited is interesting because the gravitational waves from a neutron star rotating at the instability limit and accreting at the Eddington limit should be detectable with the new generation of interferometric detectors.

# Rotating, Relativistic Stars

Stavridis Adamantios

I will present the time dependent equations governing the nonradial oscillations of relativistic slowly rotating stars. These equations are divided into two classes, polar (even parity) and axial (odd parity) which couple together due to the rotation. To the first order in the rotation parameter  $\Omega$ , the axial modes with harmonic indices  $(l, m)$  couple with the polar modes with harmonic indices  $(l - 1, m)$  and  $(l + 1, m)$ . The next step will be to evolve these equations numerically to see how the perturbations evolve with time, which of the modes are unstable and the energy content in gravitational radiation of each mode.

## GR as the contraction of a Yang-Mills gauge theory of gravity

**Batakis Nikolaos**

The theory of general relativity is reformed to a genuine Yang-Mills gauge theory, explicitly written-down for the case of the de Sitter group, is examined as a theory of gravity (GGG). Upon contraction of the de Sitter group down to the Poincare group, GGG reduces to a reformed version (RGR) of the conventional theory of general relativity (GR). RGR has a considerable overlap with GR, the major difference being that some of the known pathologies of GR are absent or cured in RGR. All zero-torsion vacua of GGG are also GR vacua, but not every GR vacuum satisfies Y-M equations. The sector of common solutions (namely the GR vacua which survive) is fully classified and it is found to include the Schwarzschild black hole. Two other solutions presented here have no GR counterpart and they describe expanding Friedmann universes with torsion which vanishes only asymptotically. They are discussed along with novel theoretical possibilities (such as a well-defined energy-momentum tensor for the gravitational field) and novel perspectives for unification and quantization.

## Πεδία Βαρύτητας με μια Διδιάστατη Ομάδα Ομοιοθεσιών

**Κολάσης Χαράλαμπος**

Τα πεδία βαρύτητας που δέχονται μια διδιάστατη ομάδα ομοιοθεσιών μελετώνται με τη βοήθεια του φορμαλισμού Geroch-Held-Penrose. Ειδικότερα, εξετάζεται η γεωμετρία των τροχιών της ομάδας και οι εξισώσεις του Einstein παρουσιάζονται σε μια νέα ανηγμένη μορφή.

## String-driven Anisotropy Damping in Kasner Spacetimes

**Apostolos Kuiroukidis**

We investigate the problem of Anisotropy Damping in the Kasner spacetime, by bosonic strings. It is shown that under proper circumstances, bosonic strings can account for Anisotropy Damping that may take place in the primordial stages of the evolution of the Universe, which resulted in the highly symmetric present state.

## Μελέτη των χωροχρόνων οι οποίοι επιδέχονται ομάδα-ισομετριών η οποία δρα σε μη μηδενικές 3-διάστατες υπερεπιφάνειες

Αποστολόπουλος Παντελής

Οι χωροχρόνοι οι οποίοι επιδέχονται μια ομάδα ισομετριών η οποία δρα σε μη μηδενικές υπερεπιφάνειες χωρίζονται σε δύο κατηγορίες:

Στην πρώτη κατηγορία υπάγονται οι χωροχρόνοι των οποίων η ισοτροπική υποομάδα της είναι οι χωρικές στροφές και οι οποίοι ονομάζονται χωρικά ομογενείς (spatially homogeneous or Locally Rotational Symmetric (LRS)) ενώ στη δεύτερη κατηγορία υπάγονται οι χωροχρόνοι των οποίων η ισοτροπική υποομάδα της είναι οι μετασχηματισμοί Lorentz (Boosts).

Μελετάμε και τις δύο κατηγορίες όσο αναφορά τη γεωμετρική και κινηματική τους συμπεριφορά. Το πρώτο σκέλος βασίζεται στον προσδιορισμό ολόκληρης της σύμμορφης άλγεβρας των περισσότερων -χωροχρόνων οι οποίοι περιλαμβάνουν μερικές σημαντικές και γνωστές κλάσεις χωροχρόνων όπως:

- α. Οι στατικοί σφαιρικά συμμετρικοί χωροχρόνοι
- β. Οι Bianchi Type I χωροχρόνοι
- γ. Οι Bianchi Type III χωροχρόνοι
- δ. Τα κοσμολογικά μοντέλα Kantowski-Sachs.
- ε. Οι καθολικά  $\{1+3\}$  (χωρικά ή χρονικά) διασπάσιμοι χωροχρόνοι
- στ. Τα κοσμολογικά μοντέλα FRW.

Έχοντας προσδιορίσει ολόκληρη την σύμμορφη άλγεβρα μελετάμε τις ιδιότητες των Διανυσματικών Πεδίων, τα οποία αποτελούν τη σύμμορφη άλγεβρα, από κινηματικής απόψεως. Συγκεκριμένα η σημαντική έννοια της κληρονομιάς συμμετρίας (symmetry inheritance) βρίσκεται ότι ικανοποιείται σε κάποιες κλάσεις χωροχρόνων και δίνουμε τις συνέπειες του γεγονότος αυτού. Μελετάται η περίπτωση κατά την οποία κάποιο μέλος από τη σύμμορφη άλγεβρα είναι surface forming με την τετραταχύτητα (δηλαδή ούτε παράλληλο αλλά ούτε κάθετο στην τελευταία). Τέλος γίνεται μια συζήτηση στο ερώτημα του κατά πόσο οι παραπάνω χωροχρόνοι οι οποίοι επιδέχονται Conformal Killing Vectors (CKV) αντιπροσωπεύουν πραγματικά και φυσικώς αποδεκτά χωροχρονικά ρευστά, δηλαδή μελετάται η μορφή του ταυστή ενέργειας ορμής για κάθε μια από τις κλάσεις των παραπάνω CKV-χωροχρόνων, μέσω των ενεργειακών συνθηκών. Η απάντηση στο ερώτημα αυτό δημιουργεί τις προϋποθέσεις για εύρεση καινούριων ακριβών λύσεων (exact solutions) των εξισώσεων πεδίου, οι οποίες θα έχουν αξιοσημειώτες γεωμετρικές, κινηματικές και δυναμικές ιδιότητες (κληρονομιά συμμετρίας, ακριβή περιγραφή των κινηματικών ιδιοτήτων του χωροχρονικού ρευστού, προσδιορισμός των δυναμικών μεταβλητών του χωροχρονικού ρευστού) και είναι δυνατόν να περιγράψουν πραγματικά αστρικά μοντέλα.

# The Cosmic Microwave Background as a test for the Cosmic String Theory for Structure Formation in the Universe

**Perivolaropoulos Leandros**

This is a brief review of the physics of the Cosmic Microwave Background and its implications for theories of Structure Formation in the Universe. Emphasis will be given to recently proposed statistical tests that are optimized to detect signatures of Cosmic Strings on Microwave Background maps.

## Covariant and Gauge-invariant Analysis of Cosmological Perturbations in the Presence of a Primordial Magnetic Field

**Tsagas Christos**

We introduce a fully relativistic treatment of cosmological density perturbations in the presence of a primordial magnetic field. We employ the Ellis-Bruni covariant and gauge-invariant formalism and define new gauge-independent variables that describe the magnetic inhomogeneities in a covariant way. We provide all the necessary equations that ultimately govern the propagation of irregularities in the density. By focusing upon the spatial aggregations of matter, we obtain solutions for the radiation and the dust eras. Our analysis recovers all the results of the previous Newtonian treatments of the subject and also introduces a number of relativistic corrections to them. We find that the magnetic field always inhibits the growth of the density contrast either by forcing them to oscillate or by actively reducing their growth rate. Furthermore, by exploiting the merits of the covariant formalism we were able to identify some new, rather unexpected and potentially important magnetic effects upon the global behaviour of the universe.

## The algebra of two symmetric matrices and the invariants of the Riemann tensor

**Bonanos Sotirios**

It is pointed out that the algebraic relations among the invariants of the Riemann tensor are best understood as consequences of analogous relations satisfied by the set of all symmetric matrices that can be constructed out of 2 given symmetric matrices.

## Λύσεις της Εξίσωσης Ernst με τη μέθοδο Kinnnersley

Τσουμπελής Δημήτρης

Αναλύουμε την έννοια της μη τοπικής συμμετρίας μιας διαφορικής εξίσωσης και τον τρόπο με τον οποίο ο συνδυασμός των σημειακών συμμετριών Lie με το μετασχηματισμό Kramer-Neugebauer οδηγεί σε μη τοπικές συμμετρίες της εξίσωσης Ernst. Στη συνέχεια, παρουσιάζουμε τη μέθοδο του Kinnnersley για την παραγωγή νέων λύσεων της εξίσωσης Ernst από απλούστερες γνωστές, η οποία στηρίζεται στις μη τοπικές συμμετρίες αυτής της εξίσωσης. Σαν παράδειγμα εφαρμογής της μεθόδου Kinnnersley, κατασκευάζουμε μια μονοπαραμετρική γενίκευση της λύσης Ernst-Garcia-Hauser, η οποία παριστάνει τη σύγκρουση επιπέδων βαρυτικών κυμάτων που έχουν διαφορετική πόλωση.

## Διδασκαλία της Σχετικότητας από Απόσταση

Περσίδης Σωτήρης

Τα τελευταία χρόνια έχουμε ραγδαία εξάπλωση των ηλεκτρονικών υπολογιστών και πληροφορική ένωση μεγάλων περιοχών και πληθυσμών του πλανήτη μας. Συγχρόνως η τεχνολογία προχωράει με τέτοιο ρυθμό, ώστε πολύ γρήγορα θα έχουμε μετάδοση κειμένου, ήχου και εικόνας σε πραγματικό χρόνο, προσαρμοσμένη στις απαιτήσεις χρόνου, χώρου και περιεχομένου του κάθε χρήστη. Σε αυτό το πλαίσιο η διδασκαλία όσων μπορούν να χρησιμοποιούν τα νέα μέσα θα τεθεί σε νέα βάση : Θα γίνεται ηλεκτρονικά από απόσταση και σε παγκόσμια κλίμακα με τη μερική συμμετοχή του ανθρώπου.

Η νέα αυτή τάση θα αναπτυχθεί πρώτα σε πανεπιστημιακό επίπεδο. Όλα τα μαθήματα πρέπει να ξαναοργανωθούν σε μορφή κατάλληλη για διδασκαλία με το Internet από απόσταση. Το εγχείρημα είναι πολύ μεγάλο, αλλά και δύσκολο, γιατί δεν είναι ακριβώς γνωστό πως θα γίνει αυτό το βήμα, δηλαδή πως θα γραφεί και πως θα δοθεί ένα μάθημα, ώστε να ικανοποιηθούν οι στόχοι καλής διδασκαλίας και μικρού κόστους. Η διδασκαλία της Σχετικότητας είναι ένα από αυτά τα προβλήματα.

Το Ελληνικό Ανοικτό Πανεπιστήμιο έχει αρχίσει την ετοιμασία διδακτικού υλικού για τα μαθήματα που θα δώσει από απόσταση στους φοιτητές του. Προς το παρόν, η ετοιμασία αυτή περιορίζεται στη δημιουργία κυρίως έντυπου υλικού, αλλά και άλλου διδακτικού υλικού (βιντεοταινίες, CD, κτλ.). Στο πλαίσιο αυτής της δραστηριότητας έχει ετοιμαστεί ένα πρώτο κείμενο για ένα μάθημα Σχετικότητας, που περιλαμβάνει την Ειδική και τη Γενική Σχετικότητα, σε επίπεδο γενικής πανεπιστημιακής φυσικής, για έναν κύκλο μαθημάτων με τίτλο "Σπουδές στη Φυσική". Σκοπός αυτής της ομιλίας είναι να παρουσιάσει το περιεχόμενο, τους σκοπούς και τα προβλήματα που αντιμετωπίζει κάποιος στη διδασκαλία της Σχετικότητας από απόσταση. Έτσι, θα γίνουν γνωστά τα πρακτικά προβλήματα που θα συναντήσουν οι διδάσκοντες στις αρχές του 21<sup>ου</sup> αιώνα και θα μπορέσουν όλοι να συμβάλουν με ιδέες, γνώμες και εργασία στη διδασκαλία της Σχετικότητας και των άλλων μαθημάτων μέσα από ένα ζωντανό Internet, που θα φιλοξενεί την ύλη του μαθήματος σε στατική και δυναμική μορφή και συγχρόνως θα υποστηρίζεται από το διδάσκοντα με αλληλεπίδραση.



## Απόδειξη του Κοσμικού Θεώρηματος No-Hair για Τετραγωνικές Ομογενείς Κοσμολογίες

Μυριτζής Ιωάννης

Αποδεικνύουμε το κοσμικό θεώρημα no-hair σε κοσμολογίες τύπου Bianchi στη θεωρία  $R+\beta R^2$  παρουσία ύλης που ικανοποιεί τις συνήθεις ενεργειακές συνθήκες, χρησιμοποιώντας την σύμμορφα ισοδύναμη θεωρία του Einstein με βαθμωτό πεδίο. Ειδικότερα, αποδεικνύουμε ότι το σύμπαν τύπου Bianchi IX πλησιάζει ασυμπτωτικά το χώρο de Sitter, αρκεί αρχικά η τριδιάστατη βαθμωτή καμπυλότητα να μη υπερβαίνει το δυναμικό του βαθμωτού πεδίου που σχετίζεται με τον σύμμορφο μετασχηματισμό.

## Rotating and Stationary Perfect Fluids in General Relativity

Papakostas Taxiarchis

We present the state of art for stationary and rotating perfect fluids in the context of General Theory of Relativity and we present a generalization of the Wahlquist solution with a detailed study of the constants appeared in the metric, study which make appear as perspective an answer to the problem of the shape of the surface of zero pressure (prolate or oblate).

## Circumnuclear Gas and Galactic Masses

Spirou Nicholas

The functional similarity is examined in Newtonian gravity between the hydrodynamic flow motions in the interior of a perfect-fluid gravitating source, and the geodesic motions in the interior of the same source. Such a similarity is suggested by the observation, in the circumnuclear regions of giant galaxies, of megamasering sources used for the determination of the masses of the central black holes, on the basis of the Doppler spectral shifts of Keplerian motions. It is proved that the similarity is possible for adiabatic flow motions, and this implies a generalized gravitational potential with contribution also from the source's internal physical characteristics, beyond its rest-mass density. The same is true for the source's total mass-density and mass. Assuming a Plummer-type distribution for the proper-mass density the pressure, the total mass, and other physical parameters of the source are evaluated. As a result, the contribution to the classical kinematical spectral-shift parameter of the internal physical characteristics of a galactic-circumnuclear disc seems to dominate over that due to the proper mass of the disc's gas. The two contributions to the shift parameter are of opposite signs. The implications on the observationally determined masses of the galactic nuclear regions are discussed.

## Διακριτή Riemann-ια Γεωμετρία

**A. Δημάκης**

Μέσα στα πλαίσια της μη μεταθετικής γεωμετρίας διατυπώνουμε μορφές της διαφορικής γεωμετρίας και της ψευδο-Riemann-ιας γεωμετρίας πάνω σε ένα πεπερασμένο ή αριθμίσημο σύνολο σημείων. Περιγράφουμε τη διακριτή μορφή του μετρικού τανυστή, της γραμμικής συνοχής, της στρέψης και του τανυστή καμπυλότητας. Σε κάποιες περιπτώσεις είναι δυνατό να γράψουμε τον τανυστή του Ricci και να διατυπώσουμε τις εξισώσεις του Einstein για διακριτούς χωρόχρονους.

## Στάσιμες, Κυλινδρικά Συμμετρικές Λύσεις

**Σκλαβενίτης Δημήτρης**

Χρησιμοποιώντας τον φορμαλισμό του Kramer (1985) για τη μελέτη στατικών, κυλινδρικά συμμετρικών, τέλειων ρευστών, γενικεύονται δύο γνωστές στατικές λύσεις σε στάσιμες και συζητούνται οι φυσικές τους ιδιότητες.

## Einstein Field Equations for a general Collineation. Applications

**Tsamparlis Michael**

## Χρήση Μεθόδων Διαφορικής Γεωμετρίας στην Αποκωδικοποίηση της Μεγάλης Κλίμακας Δομή του Σύμπαντος

**Βασιλάκος Σπύρος**

## Δυναμική Περιστρεφόμενων Σχετικιστικών Αστέρων

**Στεργιούλας Νικόλαος**

## Einstein's Equivalence Principle and the Gravitational Red Shift

**Φλωρίδης Πέτρος**

## On the Hunt for the Equation of State of Neutron Stars through Gravitational Wave Detection

**Αποστολάτος Θεοχάρης**